



15 al 19 de Noviembre de 1993  
Montevideo - Uruguay

## CONSIDERAÇÕES SOBRE A DUTILIDADE DE VIGAS DE CONCRETO DE ALTA RESISTÊNCIA

Lidia C.D. Shehata<sup>1</sup>

Henrique O. Mendes<sup>2</sup>

Ibrahim A.E.M. Shehata<sup>1</sup>

Paulo P.T. Ribeiro<sup>2</sup>

### 1 - INTRODUÇÃO

A dutilidade de uma estrutura depende não só da dutilidade do material ou materiais de que é constituída, mas também de vários outros fatores. Não é correto assumir que ao se utilizar em uma estrutura um concreto de alta resistência, que tem comportamento mais frágil que um concreto de baixa resistência, se terá necessariamente uma estrutura com comportamento mais frágil.

Sob o ponto de vista de dutilidade, podem ser feitos três tipos de abordagem :

- a nível de material.
- a nível de elemento estrutural.
- a nível de estrutura.

No primeiro caso, o mais elementar, a dutilidade é considerada como uma propriedade intrínseca do material e pode ser avaliada através de diagramas tensão-deformação obtidos de ensaios com corpos de prova do material.

A um nível mais elevado, pode-se estudar a dutilidade de um elemento estrutural, que não necessariamente é constituído por apenas um material, submetido a um certo tipo de solicitação.

Neste caso, a capacidade de deformação depende não só das propriedades intrínsecas dos materiais utilizados no elemento estrutural, mas também de outros fatores, como tipo de sollicitação, geometria do elemento estrutural, condições de contorno e interação entre os diversos materiais utilizados. A ductilidade é avaliada através de curvas do tipo ação-deformação do elemento ou ação-deformação seccional, obtidas teoricamente ou de ensaios.

Finalmente, em um último nível, pode-se considerar uma estrutura completa e tentar avaliar sua ductilidade global. Neste caso, porém, a quantidade de variáveis envolvidas é muito grande e um estudo a este nível é muito complexo.

Neste trabalho será feito um resumo mostrando os parâmetros que influem na ductilidade de vigas de concreto e que, desde que adequadamente projetadas, vigas de concreto de alta resistência podem ser tão ou mais dúcteis que as de concreto de baixa resistência. A ductilidade de outros tipos de elementos estruturais e ligações entre eles será abordada em outro trabalho [6].

## 2 - DEFINIÇÃO DE DUTILIDADE.

Pode-se definir a ductilidade como sendo a capacidade de um material, seção, elemento estrutural ou sistema estrutural de se deformar inelasticamente sem perder sua capacidade resistente de maneira brusca.

## 3. DUTILIDADE DOS MATERIAIS.

### 3.1. DUTILIDADE DO CONCRETO.

Comparando-se diagramas tensão-deformação de concretos de diferentes resistências à compressão uniaxial, verifica-se que:

- A parte ascendente da curva passa a ser mais linear nos concretos de alta resistência.
- A deformação dos concretos de alta resistência correspondente à tensão máxima é um pouco maior do que a dos concretos de menores resistências.
- A parte descendente da curva é mais inclinada nos concretos

de alta resistência, ou seja, após o ponto de tensão máxima, a capacidade de carga destes concretos cai mais bruscamente.

Para efeito de comparação da ductilidade de diferentes concretos, vários índices têm sido sugeridos para definir quantitativamente a ductilidade a partir do diagrama  $\sigma$ - $\epsilon$ . Estes índices, definidos arbitrariamente, embora tendo valores numéricos diferentes, indicam sempre o mesmo: concretos não armados com maior resistência são mais frágeis.

### 3.2. DUTILIDADE DO AÇO.

Com relação ao diagrama tensão-deformação, os aços comumente utilizados em estruturas de concreto armado podem apresentar dois tipos de comportamento (com e sem patamar de escoamento definido).

O aço é um material dútil e tem sua maior ou menor ductilidade definida a partir da deformação específica correspondente à tensão máxima no diagrama tensão-deformação ou da deformação pós-ruptura num determinado comprimento. Outro parâmetro definidor da ductilidade é a relação  $f_u/f_y$ .

### 4. DUTILIDADE DE VIGAS DE CONCRETO DE ALTA RESISTÊNCIA.

Alguns trabalhos existentes na literatura descrevem ensaios que visavam a avaliação experimental da ductilidade de vigas de concreto de alta resistência, enquanto outros fazem uma análise teórica da ductilidade utilizando diagramas tensão-deformação propostos para o concreto e para o aço que se aproximam dos reais.

Na maioria destes estudos, foram analisadas vigas simplesmente apoiadas, sujeitas a flexão em apenas um plano, com cargas aplicadas simetricamente a 1/3 e 2/3 do vão. Alguns estudos sobre a ductilidade de vigas sujeitas a ciclos reversíveis de carregamento também foram feitos, procurando-se analisar a capacidade destas vigas de responder a solicitações sísmicas.

Nos trabalhos existentes, a ductilidade das vigas é geralmente tratada a nível de elemento estrutural, considerando

a viga como um todo. Em alguns, porém, é feita uma análise a nível de seção transversal da viga, avaliando apenas a ductilidade seccional.

#### 4.1 - DEFINIÇÃO DA DUTILIDADE DE UMA VIGA.

A avaliação da ductilidade de vigas, a nível de elemento estrutural, é feita através do diagrama carga-flecha máxima. No caso da ductilidade seccional, onde só as características da seção transversal e dos materiais influem, a avaliação é feita através do diagrama momento-curvatura da seção. Este tipo de análise tem a vantagem de não depender do tipo de carregamento e do tipo de viga.

Estes diagramas podem ser obtidos tanto experimentalmente quanto teoricamente, através de uma análise não linear.

Como a capacidade de deformação do aço é muito maior do que a do concreto, as deformações inelásticas de uma viga estão associadas principalmente ao escoamento do aço da armadura principal. Ou seja, quanto mais se deformar o aço da armadura principal, mais dútil será a viga.

Sendo assim, a ductilidade de uma viga é expressa normalmente como uma relação entre curvaturas, rotações ou flechas correspondentes à ruptura e ao início do escoamento da armadura principal.

Normalmente são utilizados dois índices para quantificar numericamente a ductilidade de uma viga. No caso de ductilidade a nível de seção transversal é utilizado o índice  $\mu_c$ , onde o sub-índice c indica ser uma relação entre curvaturas da seção. Para a ductilidade a nível de elemento estrutural é utilizado o índice  $\mu_d$ , onde o sub-índice d indica ser uma relação entre deslocamentos. Estes índices são definidos pelas expressões a seguir :

$$\mu_c = \phi_u / \phi_y$$

$$\mu_d = \Delta_u / \Delta_y$$

onde :

- $\mu_c$  - índice de ductilidade de uma seção transversal.
- $\mu_d$  - índice de ductilidade de uma viga.
- $\phi_u$  - curvatura de uma seção transversal correspondente ao momento fletor último desta seção.
- $\phi_y$  - curvatura de uma seção transversal correspondente ao momento fletor relativo ao início do escoamento do aço da armadura principal desta seção.
- $\Delta_u$  - deslocamento vertical máximo de uma viga correspondente à sua carga de ruptura.
- $\Delta_y$  - deslocamento vertical máximo de uma viga correspondente à carga para a qual ocorre o início do escoamento do aço da armadura principal desta viga.

Sobre estas grandezas, cabe observar que :

- Existe uma correlação entre os índices  $\mu_c$  e  $\mu_d$ , pois tendo-se as condições de contorno do problema e a disposição do carregamento, pode-se determinar o momento em uma seção qualquer da viga em função da carga aplicada nesta viga. Por outro lado, a flecha máxima da viga também pode ser determinada quando se conhece a curvatura das seções transversais ao longo desta viga.

- O estado último de uma viga ou seção transversal (definição de  $\Delta_u$  e  $\phi_u$ ) pode ser definido de diferentes maneiras. As normas de cálculo estabelecem limitações para a máxima deformação do concreto e do aço e elas variam de norma para norma. Pode-se assumir que a capacidade resistente da viga ou seção é atingida assim que o concreto e/ou o aço atinge a deformação máxima permitida por uma norma. Outra alternativa é associar  $\Delta_u$  e  $\phi_u$  aos pontos de máximo dos diagramas carga-flecha ou momento-curvatura sem limitar as deformações do concreto e do aço. Os índices de ductilidade  $\phi_u/\phi_y$  e  $\Delta_u/\Delta_y$ , portanto, variam de acordo com as definições adotadas.

- Alguns autores acham ainda que, sendo a ductilidade uma medida da capacidade de deformação de uma viga e tendo algumas vigas a

capacidade de apresentar deslocamentos maiores que o correspondente ao ponto de carga máxima do diagrama carga-flecha,  $\Delta$ , ao invés de ser definido como sendo a flecha relativa à carga máxima, deveria ser definido como sendo a flecha correspondente a um ponto do ramo descendente desse mesmo diagrama, como, por exemplo, o relativo a 80% da carga máxima. De qualquer forma, a determinação experimental de  $\Delta$ , muitas vezes é subjetiva, pois, em alguns ensaios, quando a carga aplicada se aproxima da máxima, a viga pode começar a ter um comportamento instável. Muitos ensaios são interrompidos antes que a capacidade máxima de deformação da viga tenha sido atingida, resultando na determinação de um valor conservador para o índice de ductilidade.

-  $\phi$ , e  $\Delta$ , têm uma definição única para concreto armado. Para concreto protendido, o mesmo não ocorre. Em uma viga de concreto parcialmente protendido, principalmente quando uma pequena quantidade de armadura passiva é utilizada, o escoamento nesta armadura normalmente ocorre antes. Caso  $\phi$ , e  $\Delta$ , sejam relacionados ao início do escoamento da armadura de protensão, pode-se estar determinando valores muito conservadores para o índice de ductilidade. De outra forma, se  $\phi$ , e  $\Delta$ , forem relacionados ao escoamento da armadura passiva, pode-se estar contra a segurança.

#### 4.2 - FATORES QUE INFLUEM NA DUTILIDADE DE UMA VIGA.

Vários fatores influem na ductilidade de uma viga de concreto submetida à flexão.

Na ductilidade à flexão de uma seção transversal (índice  $u$ .) influem :

- resistência à compressão do concreto e tipo de agregado utilizado (leve ou normal), parâmetros com os quais a forma de seu diagrama tensão-deformação (ductilidade a nível de material) é correlacionada.
- tensão de escoamento e tipo (com ou sem patamar) do aço utilizado, parâmetros relacionados à forma de seu diagrama tensão-deformação.

- taxa de armadura longitudinal principal.
- taxa de armadura longitudinal de compressão.
- taxa de armadura transversal.
- geometria da seção transversal (entendendo-se aqui por geometria da seção transversal não só sua forma, mas também a disposição das armaduras).
- presença ou não de força normal e sua intensidade.
- resistência do aço de protensão, índice de protensão e disposição da armadura de protensão, no caso de concreto protendido.

Na ductilidade de uma viga a nível de elemento estrutural (índice  $\mu_d$ ), além desses fatores, também influem: condições de contorno, como tipo e localização dos apoios; disposição das cargas aplicadas e espaçamento entre as fissuras do concreto.

Neste trabalho serão mencionados apenas resultados de estudos sobre vigas de um só vão, bi-apoiadas (parece não existir estudos sobre ductilidade de vigas contínuas de concreto de alta resistência), sujeitas a flexão. Fatores dependentes do tempo, como velocidade de carregamento, retração e deformação lenta do concreto, também influem na ductilidade de uma viga, porém eles não serão aqui abordados.

#### 4.3 - INFLUÊNCIA DA TAXA DE ARMADURA LONGITUDINAL PRINCIPAL E DA RESISTÊNCIA À COMPRESSÃO DO CONCRETO.

Numa seção transversal de uma viga de concreto armado submetida à flexão, quando a quantidade de aço é pequena, a capacidade resistente da seção é governada pelo aço. Aumentando-se a quantidade do aço, chega-se a um valor a partir do qual o concreto passará a controlar a capacidade resistente.

Como o aço é muito mais dútil do que o concreto, pode-se concluir que quanto menor a quantidade de aço mais dútil será o comportamento a nível de seção transversal e, conseqüentemente, a nível do elemento estrutural viga. Este fato já há muito tempo é conhecido para os concretos de resistência comum, fazendo com que muitas normas proibam o dimensionamento de vigas com altas

taxas de armadura longitudinal de tração (vigas super-armadas). Isto, logicamente, também é válido para os concretos de alta resistência.

A taxa de armadura balanceada  $\rho_b$  corresponde à taxa de armadura longitudinal principal para a qual o início do escoamento do aço desta armadura ocorre no mesmo instante em que a fibra mais comprimida do concreto atinge a deformação máxima permitida (limite entre seção sub-armada e super-armada).

Muitos estudos correlacionam a ductilidade de uma viga à relação taxa de armadura longitudinal de tração usada / taxa de armadura balanceada ( $\rho/\rho_b$ ), ficando a influência da quantidade de armadura longitudinal e da resistência do concreto englobadas em uma só variável, já que  $\rho_b$  é função de  $f_c$ .

Pelo que foi dito, sabe-se de antemão que a ductilidade cai com o aumento da relação  $\rho/\rho_b$ . A questão é saber se, no caso de  $\rho/\rho_b$  ser mantido constante, a ductilidade varia ao se variar a resistência do concreto, e determinar um valor máximo para  $\rho/\rho_b$  a fim de se assegurar um índice de ductilidade mínimo, independente da variação de outros fatores.

Analisando-se os estudos descritos na literatura [2,3,5,10], as seguintes conclusões podem ser tiradas:

- A taxa de armadura longitudinal parece ser o parâmetro que mais influencia a ductilidade de uma viga.
- O índice de ductilidade cai com o aumento da taxa de armadura longitudinal de uma maneira não linear. Para taxas baixas, pequenos acréscimos na quantidade de armadura longitudinal provocam uma grande queda na ductilidade, enquanto que, para taxas próximas à taxa balanceada, o índice de ductilidade se mantém próximo de 1, não sendo alterado significativamente por uma variação na quantidade de armadura longitudinal.
- A influência da resistência à compressão do concreto na ductilidade de uma viga quando se mantém constante a relação taxa de armadura longitudinal de tração / taxa balanceada é duvidosa.



Alguns estudos [ ] indicam que, caso a relação  $\rho/\rho_b$  seja mantida fixa, um aumento na resistência do concreto provoca uma variação insignificante na ductilidade, que pode até aumentar em certos casos. Outros estudos [ ], no entanto, apontam uma tendência de diminuição da ductilidade quando se aumenta a resistência do concreto, se  $\rho/\rho_b$  for mantido fixo. Esta tendência, porém, parece ser válida apenas para  $\rho/\rho_b$  até um certo valor, a partir do qual a ductilidade ficaria independente da resistência do concreto.

#### 4.4 - INFLUÊNCIA DA ARMADURA LONGITUDINAL DE COMPRESSÃO E DA ARMADURA TRANSVERSAL.

A armadura transversal, por causa do efeito de confinamento lateral sobre o concreto comprimido, que suaviza a parte descendente de seu diagrama tensão-deformação, é tida como benéfica em relação à ductilidade. Resultados de ensaios [8] mostram que uma ruptura por compressão do concreto, que normalmente tem um caráter frágil, pode se tornar dútil quando a zona comprimida do concreto é confinada lateralmente.

A utilização de armadura longitudinal de compressão em vigas também é tida como benéfica com relação à ductilidade. Esta armadura continua a absorver carga na zona comprimida mesmo após ter sido esgotada a capacidade do concreto, o que pode atrasar a ruptura e permitir que o elemento sofra maiores deformações.

Existe ainda um efeito conjunto da armadura longitudinal de compressão e da armadura transversal, já que os estribos da armadura transversal ajudam a manter as barras da armadura de compressão na posição, aumentando a estabilidade das mesmas.

Estudos já realizados [1,3,4,8,9,10,13,14] indicam que:

- A influência da armadura transversal na ductilidade de vigas, pelo efeito de confinamento lateral, parece não ser muito significativa, pelo fato das tensões de confinamento lateral nestes elementos estruturais ficarem distribuídas de uma maneira não uniforme e ineficiente ao longo da zona comprimida.
- A utilização de armadura longitudinal de compressão parece ser benéfica com relação à ductilidade, entretanto a adição desta armadura não aumenta significativamente a capacidade resistente

das vigas. Logo, a utilização de altas taxas de armadura de compressão para apenas aumentar a ductilidade pode não ser vantajosa economicamente, já que vigas com relações  $A_s'/A$ , próximas de 1, após terem a capacidade do concreto comprimido esgotada e o recobrimento perdido, passam a trabalhar de maneira análoga a uma viga I com mesas de aço, servindo o núcleo de concreto envolvido pela armadura transversal como alma de ligação. Uma viga de aço real poderia ser mais econômica, além de eliminar qualquer problema de ductilidade.

- De qualquer forma, para que a armadura longitudinal de compressão tenha um efeito positivo é preciso que as barras comprimidas se mantenham estáveis contra a flambagem. Esta estabilidade é fortemente influenciada pelas restrições laterais impostas pelos estribos, sendo esta sim a principal causa da influência da armadura transversal sobre a ductilidade de vigas.

#### 4.5 - INFLUÊNCIA DA RESISTÊNCIA DO AÇO.

A tensão de escoamento ( $f_y$ ) e a forma do diagrama tensão-deformação do aço das armaduras longitudinais também influem na ductilidade de uma viga de concreto armado.

Na maioria dos estudos onde foram analisadas as influências das taxas das armaduras longitudinais de tração e de compressão e da taxa de armadura transversal, com exceção de dois [9,14], onde foi utilizado aço de alta resistência, os aços utilizados eram de resistências usuais ( $f_y$  entre 400 e 600 MPa).

O índice  $\rho/\rho_b$  também engloba o efeito da resistência do aço e aumentar a resistência do aço da armadura longitudinal principal é equivalente a aumentar a quantidade desta armadura, já que provoca um aumento de  $\rho/\rho_b$ .

Pelo que foi citado no item anterior, pode-se concluir que, com relação à ductilidade de vigas, não há vantagem em se utilizar aço de alta resistência na armadura transversal.

#### 4.6 - DUTILIDADE DE VIGAS DE CONCRETO PROTENDIDO.

A utilização de protensão em vigas de concreto de alta resistência tem os mesmos objetivos que em vigas de concreto de

resistências normais (controle de flecha e fissuração e/ou redução de altura da seção).

É necessário ter-se um meio de avaliar a ductilidade de vigas protendidas que seja compatível com o procedimento adotado para vigas não protendidas. A maioria dos estudos sobre ductilidade, assim como a maioria das recomendações de norma, trata separadamente o concreto armado e o protendido. Com a utilização crescente do concreto parcialmente protendido, entretanto, torna-se necessário haver um tratamento mais unificado.

Esta necessidade é reconhecida em alguns trabalhos [1,4,7], onde foi definida, embora de maneira um pouco diferente entre eles, uma taxa mecânica mista de armadura longitudinal que leva em conta a quantidade de armadura de protensão e de armadura passiva bem como a resistência destas armaduras e do concreto. Na referência [7] esta taxa é definida pela expressão

$$\dot{\omega} = (A_{sp}f_{sp} + A_s f_y - A_s' f_y') / (b.d.f_c)$$

onde  $A_s$ ,  $A_s'$  e  $A_{sp}$  são as áreas de armadura tracionada, comprimida e de protensão, respectivamente,  $f_y$ ,  $f_y'$  e  $f_{sp}$  são as tensões na armadura tracionada, comprimida e de protensão correspondente ao momento resistente, respectivamente,

De acordo com esses trabalhos, vigas que têm a mesma taxa mecânica mista de armadura têm o mesmo índice de ductilidade.

Da forma que a expressão anterior foi apresentada, a variação do índice de ductilidade com os parâmetros de protensão ( $A_{sp}$ ,  $f_{sp}$  e o nível de protensão  $\gamma = \sigma_{sp}/f_{sp}$ ) não podem ser observados diretamente. Reorganizando-a e admitindo-se que  $f_y' = f_y$ , tem-se

$$\begin{aligned}\dot{\omega} &= [\rho_{sp}(f_{sp}/f_y) + \rho_s - \rho_s'] (f_y/f_c) \\ &= \rho_s (f_y/f_c)\end{aligned}$$

onde  $\rho_s$ ,  $\rho_s'$  e  $\rho_{sp}$  são as taxas de armadura tracionada, comprimida e de protensão, respectivamente,  $\rho_e$  é a taxa de armadura efetiva.

Esta expressão indica que, para ter-se a mesma taxa de armadura mecânica  $\omega$  e, portanto, o mesmo índice de ductilidade, a taxa de armadura efetiva  $\rho_e$  tem que ser a mesma, considerando que os materiais de referência têm as mesmas resistências  $f_c$  e  $f_t$ , e, conseqüentemente, o mesmo  $\rho_b$  de referência. Assim, tem-se para o concreto protendido consideração análoga à usada para o concreto armado, onde se adota  $\rho_s/\rho_b$  como o parâmetro principal que influencia a ductilidade.

Vale ressaltar que a expressão anterior não leva em conta a influência do nível de protensão nos cabos. Está sendo feito um estudo analítico pelos autores para chegar a uma formulação que leve em conta este efeito, tornando possível correlacionar a ductilidade tanto de seções de concreto armado quanto de concreto protendido (ou parcialmente protendido) a uma única variável. Esta variável também tem a vantagem de possibilitar um estudo paramétrico adimensional.

#### 4.7 - CONCLUSÕES.

Pelo que foi acima exposto, pode-se tirar as seguintes conclusões com relação à ductilidade de vigas de concreto :

- A ductilidade de vigas de concreto está ligada ao seu tipo de ruptura, sendo desejável uma ruptura por tração no aço e não por compressão do concreto.
- A principal variável no controle deste tipo de ruptura é a taxa de armadura longitudinal, que mantida abaixo de um certo valor, garante uma boa ductilidade, independentemente dos outros fatores influentes. Torna-se, então, importante definir em norma um valor máximo para a taxa mecânica de armadura longitudinal a fim de garantir uma ductilidade mínima.
- A armadura de compressão e a mesa de compressão de vigas T atuam de uma maneira bem semelhante, melhorando a ductilidade, na medida em que influem no tipo de ruptura da seção. O controle da

dutilidade através da taxa de armadura longitudinal de compressão, entretanto, pode ser antieconômico, já que a adição desta armadura não aumenta a capacidade resistente da viga significativamente.

- A utilização de confinamento lateral em vigas não parece ser muito efetiva, pois as tensões de confinamento ficam mal distribuídas ao longo da seção. O principal efeito positivo dos estribos da seção transversal parece ser restringir lateralmente as barras da armadura de compressão, mantendo-as na posição e melhorando seu desempenho com relação à dutilidade.

- Vigas de concreto protendido ou parcialmente protendido parecem possuir índices de dutilidade próximos aos de uma viga de concreto armado que tenha a mesma taxa mecânica de armadura longitudinal  $\omega$  ou relação  $\rho_c/\rho_b$ .

- Tanto a determinação experimental quanto a teórica do índice de dutilidade apresenta dificuldades. Na determinação experimental, a principal dificuldade é estabelecer o momento em que a capacidade máxima de deformação da viga é atingida, sendo que muitos ensaios são interrompidos antes deste momento ser alcançado. Quanto ao cálculo teórico, a dificuldade está em adotar um modelo teórico que represente bem o comportamento real, já que algumas simplificações comumente adotadas para o cálculo da resistência podem conduzir a resultados bastante fora da realidade quando usadas na avaliação da dutilidade.

Finalmente, pode-se dizer que a pouca dutilidade do concreto de alta resistência a nível de material não deve ser encarada como um problema para a utilização deste material em vigas de concreto armado. O comportamento de uma viga de concreto de alta resistência com relação à dutilidade é regido pelos mesmos fatores que influem na dutilidade de vigas de concreto de baixa resistência e, desde que convenientemente detalhadas, vigas de concreto de alta resistência podem apresentar altos índices de dutilidade.

#### REFERÊNCIAS.

1. Ahmad, S. H. ; Shah, S. P. - High Performance Concrete and Application, a ser editado por E. Arnold e Mc Graw Hill.
2. Ahmad, S. H. ; Shah, S. P. - Structural Properties of High Strength Concrete and its Implications for Precast Prestressed Concrete, PCI Journal, vol. 30, November/December 1985, p. 92-117.
3. American Concrete Institute - ACI Report on High Strength Concrete - ACI Committee 363, ACI Journal, July/August 1984.
4. Cohn, M. Z. ; Riva, P. - Flexural Ductility of Structural Concrete Sections, PCI Journal, March/April 1991, p. 72-87.
5. Marro, P. - Bending and Shear Tests up to Failure of Beams Made with High Strength Concrete - Utilization of High Strength Concrete, Tapir Pub., Trondheim (Norway), 1987, p. 183-193.
6. Mendes, H.O. - Dutilidade de elementos de concreto de alta resistência - Tese de Mestrado, COPPE/UFRJ, setembro 1993
7. Naaman, A. E. ; Harajli, M. H. ; Wight, J. K. - Analysis of Ductility in Partially Prestressed Concrete Flexural Members - PCI Journal, vol. 31, No. 3, May/June 1986, p. 64-87.
8. Nielsen, K. H. - Ductility of Section Design in High Strength Concrete - Utilization of High Strength Concrete, Tapir Pub., Trondheim (Norway), 1987, p. 535-546.
9. Shah, S. P. ; Naaman, A. E. ; Moreno, J. - Effect of Confinement on the Ductility of Lightweight Concrete - The International Journal of Cement Composites and Lightweight Concrete, vol. 5, No. 1, February 1983, p. 15-25.
10. Shin, S. W. ; Kamara, M. ; Gosh, S. K. - Flexural Ductility, Strength Prediction and Hysteretic Behavior of Ultra High Strength Concrete Members. - Second International Symposium on Application of High

Strength Concrete, Berkeley, 1990.

11. Skogman, B. C. ; Tadros, M. K. ; Grasmick, R. - Ductility of Reinforced and Prestressed Concrete Flexural Members - PCI Journal, vol.33, No. 6, November/December 1988, p. 94-107.
12. Thompson, K. J. ; Park, R. - Ductility of Prestressed and Partially Prestressed Concrete Beam Sections - PCI Journal, vol. 25, No. 2, March/April 1980, p. 46-69.
13. Uzumeri, S. M. ; Basset, R. - Behaviour of High Strength Concrete Members - Utilization of High Strength Concrete, Tapir Pub., Trondheim, Norway, 1987, p. 237-248.
14. Yanagisawa, N. ; Shimizu, Y. ; Tsumura, K. ; Fujiwara, M. - Strength and Ductility of Reinforced Concrete T-Beam With High Strength Concrete - Transactions of the Japan Concrete Institute, vol. 10, 1988